UJIAN AKHIR SEMESTER GASAL 2012/2013
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS GADJAH MADA

Matakuliah : Teori Relativitas MFF 2031
Hari, tanggal : Rabu, 2 Januari 2013
Waktu : 120 menit
Dosen : Dr. Eng. Rinto Anugraha NQZ
Sifat ujian : Open Book

Jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawah ini **sesuai dengan urutan nomor** (dari nomor 1, 2 dan seterusnya). Koreksi dan penilaian ujian akan lebih mudah, **jika dalam satu halaman kertas jawaban hanya diisi untuk satu nomer soal**. Jika dalam soal ini ditemukan salah ketik atau sejenisnya, silakan Anda koreksi sendiri menurut pemahaman Anda, dan tuliskan catatan tersebut dalam lembar jawaban. Terima kasih atas perhatian Anda.

1. Di kerangka acuan K terdapat sebuah partikel bermassa m yang bergerak relativistik dengan kecepatan $\vec{\mathbf{u}}$, dan memiliki energi total E, momentum $\mathbf{p}$ dan energi kinetik T. Di kerangka acuan $\tilde{\mathrm{K}}$, partikel tersebut teramati memiliki kecepatan $\tilde{\vec{\mathbf{u}}}$, energi total $\tilde{E}$, momentum $\tilde{\vec{\mathbf{p}}}$ dan energi kinetik $\tilde{T}$.

   Jika $\tilde{E} > E$, apakah $\left\|\tilde{\vec{\mathbf{u}}}\right\| > \left\|\vec{\mathbf{u}}\right\|$, $\left\|\tilde{\vec{\mathbf{p}}}\right\| > \left\|\vec{\mathbf{p}}\right\|$ serta $\tilde{T} > T$? Jelaskan.

2. Sebuah partikel bermassa m bergerak dengan kecepatan $\vec{\mathbf{u}}$ di kerangka K dengan koordinat-koordinat Kartesian x, y dan z dan waktu t. Laju cahaya di K sama dengan c. Tuliskan komponen beberapa vektor-4 di K dinyatakan dalam sejumlah besaran fisika yang sudah disebutkan di atas, selanjutnya tuliskan nilai besaran fisika yang invarian Lorentz dari vektor-4 masing-masing.

   a. Koordinat-4 x^{μ}
   b. Kecepatan-4 u^{μ}
   c. Gaya-4 f^{μ}
   d. Momentum-4 p^{μ}
   e. Turunan koordinat-4 ∂_{μ}

3. Misalnya terdapat suatu transformasi Lorentz antara besaran di $\tilde{K}$ dan K yang dinyatakan sebagai

$$\tilde{\vec{S}}_{//} = \Gamma(\vec{S}_{//} - S_0\vec{V})$$

dengan $\vec{S}$ dan S_0 adalah dua besaran yang membentuk suatu vektor-4 S^μ di K Anggap komponen Kartesian $\vec{S}$ adalah $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$.

a. Tuliskan semua persamaan transformasi Lorentz lainnya, baik yang menyatakan besaran di $\tilde{K}$ sebagai fungsi besaran di K, maupun sebaliknya.

b. Tuliskan komponen vektor-4 S^μ dan pasangan kovariannya, kemudian tuliskan besaran yang bersifat invarian Lorentz dari vektor-4 tersebut.

c. Misalkan terdapat suatu tensor $R^{\mu\nu} = S^\mu S^\nu$. Tuliskan penyajian tensor $R^{\mu\nu}$ di K dalam bentuk matriks 4×4.

4. Di kerangka acuan K, terdapat sebuah medan listrik $\mathbf{E} = B_0 c\ (\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k})$ dan medan imbas magnet $\mathbf{B} = B_0\ (-\mathbf{i} + \mathbf{k})$, dengan c adalah laju cahaya dalam vakum dan B_0 suatu tetapan. Terdapat suatu kerangka acuan $\tilde{K}$ yang bergerak terhadap kerangka acuan K dengan kecepatan $\mathbf{V} = 3c/5\ \mathbf{i}$.

a. Tuliskan penyajian tensor medan elektromagnetik $F^{\mu\nu}$ dalam bentuk matriks 4×4 untuk medan **E** dan **B** di atas.

b. Tuliskan penyajian tensor energi-momentum medan elektromagnetik $T^{\mu\nu}$ dalam bentuk matriks 4×4 untuk medan **E** dan **B** di atas.

c. Tentukan medan listrik dan medan imbas magnet di kerangka acuan $\tilde{K}$.

d. Tunjukkan bahwa **E.B** serta $\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2c^2$ invarian Lorentz.

Selamat memeras otak, mengatur waktu serta bekerja dengan teliti, cepat dan benar untuk mendapatkan hasil terbaik